

Mai 2013 rapport pédagogique

MATHÉMATIQUES NS TZ2

(IB Afrique, Europe & Moyen Orient & IB Asie-Pacifique)

Seuils d'attribution des notes finales par matières

Mathématiques discrètes

Note finale:	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes:	0 - 13	14 - 27	28 - 40	41 - 51	52 - 64	65 - 75	76 - 100

Séries et équations différentielles

Note finale:	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes:	0 - 14	15 - 29	30 - 41	42 - 53	54 - 65	66 - 77	78 - 100

Ensembles, relations et groupes

Note finale:	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes:	0 - 14	15 - 29	30 - 41	42 - 53	54 - 65	66 - 76	77 - 100

Statistiques et probabilités

Note finale:	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes:	0 - 13	14 - 27	28 - 39	40 - 51	52 - 63	64 - 75	76 - 100

Variantes des épreuves suivant les horaires

Pour préserver l'intégrité de l'examen, des variantes des épreuves d'examen sont de plus en plus utilisées suivant les zones horaires. Avec l'utilisation de variantes de la même épreuve d'examen, des candidats d'une partie du monde ne travailleront pas toujours sur la même épreuve d'examen que les candidats d'une autre partie du monde. Un processus rigoureux est mis en œuvre pour garantir que les épreuves soient comparables en termes de difficulté et de couverture du programme, et des mesures sont prises pour garantir que les mêmes standards de correction soient appliqués aux copies des candidats pour les diverses versions de l'épreuve d'examen. Pour la session de mai 2013 l'IB a proposé des variantes suivant les zones horaires pour les épreuves de mathématiques NS.

Évaluation interne

Seuils d'attribution des notes par composante

ce

Note finale:	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes:	0 - 6	7 - 13	14 - 18	19 - 23	24 - 29	30 - 34	35 - 40

Variété et pertinence des travaux présentés

Il y a eu beaucoup de portfolios bien construits pour cette session, ils présentaient des investigations mathématiques manifestement originales. De façon générale, la présentation des travaux des candidats traduisait de bonnes qualités de rédaction. Cependant, il est apparu une augmentation du nombre de documents extrêmement longs, contenant des répétitions excessives de captures d'écran et/ou des listings de plusieurs pages d'un tableur sans aucune annotation.

Les critères d'évaluation semblent avoir été bien compris par les enseignants, qui souvent ont proposé leurs propres rubriques d'évaluation pour apprécier de façon cohérente le travail des candidats. Les observations de l'équipe de modération sont présentées ci-dessous.

Les tâches :

Presque toutes les tâches présentées dans les portfolios ont été prises de la publication « Tâches pour le dossier à utiliser en 2012 et 2013 », les deux les plus populaires étant « Fonction Miroir et Fonction Ombre » et « Jeu de dés ». Il semblerait que les Rapports Pédagogiques des deux dernières sessions ont été ignorés par certains enseignants, par ce que la tâche « Motifs des nombres complexes » faisait partie de beaucoup d'échantillons et que certains élèves (et professeurs) continuent à mal lire les instructions et parviennent à une conséquence triviale et familière du théorème de De Moivre : les racines $n^{\text{ièmes}}$ consécutives de l'unité forment les sommets d'un polygone régulier. Une pénalité significative a été imposées pour de telles conclusions. Prière de noter les conseils donnés dans les rapports pédagogiques de mai 2012 et de novembre 2012.

Il a été proposé seulement un très petit nombre de tâches conçues par les enseignants. Comme il a été noté dans le Rapport Pédagogique précédent, l'utilisation continue et répétée de quelques tâches conçues par les enseignants pose un problème. Des tâches telles que « Lionel (le chien) », « Ziggurats », et « Pipelines », ont été réutilisées encore et encore depuis 10 ans. Les écoles qui continuent à utiliser les mêmes tâches chaque année, quel que soit leur supposé statut de tâches permanentes, ignorent le risque de plagiat alors que des solutions sont faciles à trouver, non seulement sur Internet, mais aussi chez leurs anciens élèves.

Résultats des candidats pour chaque critère d'évaluation

Les candidats ont bien réussi selon le critère A, même si occasionnellement un élève a utilisé des notations informatiques pour la multiplication ou la puissance, ou n'a pas utilisé la notation standard pour les indices comme il est demandé. Les notations correctes des probabilités n'ont pas toujours été utilisées.

La plupart des élèves ont produit des documents bien écrits avec des explications complètes. Cependant on a pu observer encore des introductions absentes et des représentations graphiques sans légende. Le travail de quelques élèves, bien que corrects, était bien trop concis et aussi un certain nombre de portfolios dont la longueur excédait de beaucoup celle des mémoires ! Comme il a été noté dans le Rapport Pédagogique précédent, les modérateurs ont été écrasés mais pas impressionnés par un nombre excessif de pages répétitives de représentations graphiques similaires et de listings apparemment sans fin de tableur.

Les candidats ont généralement produit de beaux travaux et les enseignants ont correctement évalué le travail selon les critères C et D. Cependant il a été décevant de noter que dans quelques tâches de type I, le travail d'investigation a été extrêmement limité, avec très peu de mise en évidence de motifs pour motiver une conjecture, et encore moins une généralisation. Il semblerait que quelques élèves ont commencé leur travail avec un a priori sur le résultat final sans aucune investigation.

Quelques candidats n'ont pas fait assez attention aux exigences du critère D dans la tâche de type II, et ont produit des résultats avec un degré de précision inapproprié comme par exemple les gains pour un jeu de casino ou le coût de l'essence avec six chiffres après la virgule.

L'utilisation de la technologie a été assez variée. La totalité des points a souvent été donnée de façon bien trop généreuse pour la présentation d'une grande collection de représentations graphiques similaires. Aussi, lorsqu'une tâche telle que « Jeu de dés » suppose que les probabilités soient limitées à des valeurs positives, les représentations graphiques doivent alors être adaptées en conséquence.

Les utilisations astucieuses de la technologie ont été observées sous la forme de graphe avec des curseurs pour faire varier la valeur des paramètres, et l'utilisation de propositions conditionnelles dans des tableurs dynamiques. Quelques élèves ont utilisé des logiciels de représentation graphique comme GeoGebra pour représenter des nombres complexes.

Il y a eu beaucoup de travaux beaux et complets ; cependant, l'attribution de la totalité des points sous le critère F exige une sophistication mathématique qui va au-delà de la simple exécution de la tâche.

Recommandations et conseils pour la préparation des candidats

Peut-être quelques considérations sur les transformations géométriques auraient été à l'ordre du jour avant d'aborder une tâche telle que « Motifs des Nombres Complexes » où une compréhension élémentaire de l'invariance de la distance dans une rotation aurait simplifié grandement l'approche des élèves.

Les suggestions ci-dessous ont déjà été proposées aux enseignants dans le dernier Rapport Pédagogique, mais reste d'actualité :

On attend des enseignants qu'ils écrivent directement sur le travail rendu, non seulement pour donner leur évaluation aux candidats, mais aussi pour informer les modérateurs. L'utilisation du formulaire B est suggérée pour permettre à l'enseignant de faire des commentaires plus appropriés et descriptifs.

Il a été remarqué une amélioration nette quant à la description du contexte de chaque tâche du portfolio ; il est exigé que celle-ci accompagne chaque échantillon, particulièrement en utilisant le formulaire A ou par des commentaires anecdotiques. Les modérateurs, lorsqu'ils doivent confirmer les niveaux de réussite attribués, les trouvent très utiles pour déterminer les conditions dans lesquelles chaque tâche a été donnée.

Une feuille avec les réponses pour chacune des tâches dans l'échantillon doit accompagner les dossiers pour que les modérateurs puissent justifier de l'exactitude du travail et comprendre les attentes de l'enseignant. Lorsqu'il y a plus d'un enseignant du niveau supérieur impliqué dans l'évaluation des portfolios, l'utilisation d'un barème commun a été effective.

Épreuve I

Seuils d'attribution des notes par composante

Note finale:	1	2	3	4	5	6	7
---------------------	---	---	---	---	---	---	---

Gamme de notes: 0 - 16 17 - 33 34 - 49 50 - 62 63 - 74 75 - 87 88 - 120

Parties du programme et de l'examen qui se sont avérées difficiles pour les candidats

Beaucoup de candidats ont été incapables d'utiliser un raisonnement convaincant pour enchaîner des manipulations algébriques. Souvent il semble que l'examineur est supposé deviner les intentions d'un candidat ou lire ses pensées.

Beaucoup de candidats ont eu des difficultés avec les questions concernant les nombres complexes.

La majorité des candidats ont été incapables de factoriser un polynôme du troisième degré même lorsqu'il y avait une solution évidente pour l'équation associée.

Lorsqu'une question demande de vérifier une réponse proposée, quelques candidats ne réalisent pas le fait que les détails de leur travail pour obtenir la réponse doivent être convaincants.

Parties du programme et de l'examen pour les quelles les candidats semblaient bien préparés

La manipulation des vecteurs et des matrices, l'analyse élémentaire, les diagrammes en arbre et les probabilités, la recherche d'une fonction réciproque, l'application du théorème du binôme.

Points forts et points faibles des candidats dans le traitement des questions individuelles

Question 1

Généralement bien faite, même si un bon nombre de candidats ou bien ont été incapables d'intégrer le terme en sinus ou bien ont incorrectement évalué aux bornes le cosinus correspondant.

Question 2

Très bien traitée, même s'il y a eu quelques candidats qui ont perdu un ou deux points pour des erreurs arithmétiques dans le calcul du produit matriciel.

Question 3

Généralement bien faite. La majorité des candidats ont obtenu un polynôme du cinquième degré avec des signes alternants correctement. Quelques candidats ont fait des erreurs arithmétiques. Un petit nombre de candidats ont développé à la main l'expression, souvent correctement.

Question 4

Généralement bien faite. Quelques candidats n'ont pas pris en compte le fait que Caz mange le chocolat et que donc celui-ci n'est pas remplacé. Quelques candidats ont fait des erreurs arithmétiques en calculant la probabilité.

Question 5

La majorité des candidats ont gagné un nombre significatif de points sur cette question. La règle du produit et la règle du quotient ont été habituellement appliquées correctement, mais quelques candidats ont fait une erreur dans la dérivée du dénominateur, obtenant $-\sin x$ à la place de $1 - \sin x$. Un nombre décevant de candidats n'ont pas réussi à calculer la pente correcte au point demandé.

Question 6

Presque tous les candidats ont obtenu l'équation du troisième degré vérifiée par la raison de la première suite, mais peu d'entre eux ont été capables de trouver ses racines. L'une des racines était $r = 1$.

Question 7

(a) De façon décevante, peu de candidats ont obtenu l'argument correct du deuxième nombre complexe en utilisant $\arctan(1)$ mais sans penser à la position de ce nombre dans le plan complexe.

(b) La plupart des candidats ont obtenu l'expression quadratique correcte ou sa racine carrée, mais peu d'entre eux savaient comment trouver son minimum

Question 8

La plupart des candidats connaissaient le concept de dérivation implicite et la majorité ont trouvé la fonction dérivée correcte. Dans la partie (b), un nombre significatif de candidats n'ont pas réalisé que la valeur de x était nécessaire.

Question 9

(a) Ceci est une question où un raisonnement attentivement organisé est essentiel. Il est important de préciser qu'à la fois le numérateur et le dénominateur sont positifs quand $x > 0$. Les candidats ont eu plus de succès avec la partie (b) qu'avec la partie (a).

Question 10

(a) Les candidats qui ont utilisé la formule pour la somme des tangentes ont généralement réussi.

(b) quelques candidats ont laissé leur réponse sous la forme de la tangente d'un angle plutôt que celle de l'angle lui-même.

Question 11

Beaucoup de candidats ont abordé avec confiance l'essentiel de cette question en nombreuses parties. Dans la partie (b) (i), puisque la réponse était donnée, les candidats devaient vraiment montrer qu'ils savaient comment calculer un produit vectoriel en détail ; il ne suffisait pas décrire un déterminant 3×3 et ensuite la réponse finale. Dans la partie (d), quelques candidats n'ont pas réalisé que l'équation d'une droite est une équation et pas seulement une expression. Dans la partie (e), un nombre significatif de candidats n'ont pas réalisé qu'ils pouvaient utiliser leurs résultats de la partie (d).

Question 12

(a) Généralement bien traitée. Dans leurs réponses à la partie (b), la plupart des candidats ont trouvé la dérivée, mais beaucoup ont supposé qu'elle était manifestement positive. La partie (d) (i) a généralement été bien faite, mais quelques candidats ont oublié de préciser que leur expression finale était $f^{-1}(x)$. Dans la partie (d) (ii) des points ont été perdus par les candidats qui n'ont pas marqué les coordonnées des intersections avec les axes. Des points ont aussi été perdus dans cette partie et dans la partie (e) (i) pour des courbes prolongées au-delà du domaine explicitement donné.

Question 13

(a)(i) Il était décevant de voir un grand nombre de candidats incapables de donner les arguments corrects des trois nombres complexes. De telles erreurs handicapaient leurs efforts pour aborder les parties (ii) et (iii). Dans la partie (b) beaucoup de candidats ont réussi la partie (i) mais n'en ont pas profité ; en particulier, peu d'entre eux ont utilisé le fait que les racines de $z^7 - 1 = 0$ sont conjuguées deux à deux.

Recommandations et conseils pour la préparation des candidats

Encourager les élèves à conforter leur travail purement algébrique par des commentaires et des raisonnements.

Insister sur la représentation géométrique des nombres complexes dans le plan complexe (diagramme d'Argand).

Remarques complémentaires

Il s'agissait d'une épreuve très accessible, et la majorité des candidats ont semblé bien préparés pour la mécanique des calculs algébriques des questions, mais ont eu plus de mal avec les raisonnements.

Épreuve II

Seuils d'attribution des notes par composante

Note finale:	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes:	0 - 13	14 - 27	28 - 39	40 - 54	55 - 69	70 - 84	85 - 120

Remarques générales

L'épreuve est apparue comme abordable et de longueur appropriée. La majorité des candidats ont fait la preuve d'une bonne connaissance du programme et de leur capacité à utiliser leurs connaissances pour répondre aux questions de l'épreuve.

Parties du programme et de l'examen qui se sont avérées difficiles pour les candidats

Les questions d'examen exigeant la calculatrice à écran graphique, l'application des propriétés de la distribution normale, l'intégration par changement de variables, l'étude d'une expression où la variable indépendante est discrète, résoudre des équations trigonométriques sur un intervalle fini, esquisser la courbe d'une fonction de densité de probabilité continue, les démonstrations par récurrence, les probabilités conditionnelles résoudre des équations différentielles concernant la cinématique, représenter une somme en utilisant la notation sigma, vérifier une solution particulière d'une équation différentielle, trouver la solution générale d'une équation différentielle, déterminez l'image d'une fonction, exprimer et dériver des expressions impliquant les fonctions trigonométriques inverses,

esquisser des courbes avec exactitude et appliquer au taux de variation la règle de dérivation des fonctions composées.

Parties du programme et de l'examen pour les quelles les candidats semblaient bien préparés

Calculer l'aire d'un secteur et d'un triangle, utiliser la calculatrice à écran graphique pour résoudre un système d'équations linéaires, l'intégration par parties, les suites et séries arithmétiques et géométriques, les applications simples des distributions binomiale et de Poisson, utiliser des intégrales définies pour calculer des aires et des volumes et utiliser la première dérivée dans un problème d'optimisation.

Points forts et points faibles des candidats dans le traitement des questions individuelles

Question 1

Cette question a généralement été bien faite. Dans la partie (a), un certain nombre de candidats ont exprimé l'angle demandé soit en degrés soit en radians avec un nombre incorrect de chiffres significatifs. Dans la partie (b), quelques candidats ont présenté une méthode correcte pour calculer l'aire de la région grisée en utilisant une formule incorrecte pour l'aire d'un secteur.

Question 2

Cette question a généralement été bien faite. Dans la partie (a), quelques candidats ont exprimé le système d'équations sous la forme $XA = B$. Dans la partie (b), l'énorme majorité des candidats qui ont utilisé une approche directe avec la calculatrice à écran graphique ont obtenu la solution correcte. Les candidats qui ont tenté des méthodes matricielles telles que la réduction des lignes sans utiliser une calculatrice n'ont généralement pas réussi.

Question 3

Une grande proportion des candidats ont rencontré des difficultés avec cette question. Dans les parties (a) et (b), l'erreur la plus commune a été d'utiliser $\sigma = 9,5$. Dans la partie (a), un grand nombre de candidats ont utilisé leur intervalle de valeurs pour ensuite trouver sans nécessité la probabilité correspondant à la réalisation de cet intervalle de temps. Dans la partie (b), un grand nombre de candidats ont utilisé une borne inférieure irréaliste (une grande valeur négative) pour le temps.

Question 4

Dans la partie (a), un grand nombre de candidats ont été capable de faire correctement l'intégration par parties mais ont été incapable d'utiliser l'intégration par changement de variables pour trouver ensuite l'intégrale indéfinie de $\tan x$. Dans la partie (b), un grand nombre de candidats ont tenté de résoudre l'équation sans utiliser directement la commande de résolution numérique de la calculatrice à écran graphique. Quelques candidats ont proposé plus d'une solution pour m et quelques-uns ont donné m correct avec seulement deux chiffres significatifs.

Question 5

Dans la partie (a), la plupart des candidats ont été capables d'exprimer correctement u_n et v_n est donc ont obtenu une expression correcte de $u_n - v_n$. Quelques candidats ont fait des erreurs d'inattention d'algèbre en simplifiant sans nécessité u_n tandis que d'autres candidats ont incorrectement donné v_n comme $3(1,2)^n$. Dans les parties (b) et (c), la plupart des candidats ont traité n comme une variable continue plutôt que comme une variable discrète. Les candidats devraient savoir que la fonction tableur de la calculatrice à écran graphique peut être extrêmement utile pour répondre à des

questions de ce type. Dans la partie (c), un certain nombre de candidats ont tenté de trouver la valeur maximum de n plutôt que de tenter de trouver la valeur maximum de $u_n - v_n$.

Question 6

La partie (a) a généralement été bien traitée. Quelques candidats n'ont pas suivi les instructions et n'ont pas exprimé leurs réponses finales au degré le plus proche. Un grand nombre de candidats ont employé avec succès une approche graphique. La partie (b) n'a pas été bien faite. Il y avait parmi les erreurs fréquentes des tentatives pour résoudre par rapport à x plutôt que par rapport à $\sec x$, soit l'omission soit la non prise en compte de $\sec x = -\sqrt{2}$, le fait de pas rejeter le cas $\sec x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$ et de ne pas travailler avec des valeurs exactes.

Question 7

La partie (a) a généralement été bien traitée. Des erreurs communes consistaient habituellement à ne pas reconnaître que la somme des intégrales étaient égales à un, à arrondir prématurément ou à ne pas montrer toutes les étapes du calcul pour montrer de façon conclusive que $a = 9,6$. La partie (b) n'a pas été bien faite avec beaucoup de courbes mal légendé et ne faisant pas référence au domaine ou à l'image. La partie (c) a été raisonnablement bien faite. L'erreur la plus commune était un calcul d'une probabilité incorrecte à partir d'une intégrale définie incorrecte.

Question 8

Cette démonstration par récurrence a lancé un défi à la plupart des candidats. Si la plupart des candidats ont été capables de montrer que $P(1) = 0$, un nombre significatif d'entre eux n'ont pas affirmé explicitement que zéro est divisible par 576. Quelques candidats ont initialisé leur démonstration en considérant $P(2)$. Il était satisfaisant de voir que l'hérédité à été raisonnablement bien traitée par la plupart des candidats. Cependant beaucoup de candidats ont fait des erreurs algébriques simples. L'erreur la plus commune était d'affirmer que $5^{2(k+1)} = 5(5)^{2k}$. La conclusion finale omettait souvent l'implication nécessaire et omettait souvent aussi que $P(1)$ était vraie.

Question 9

la partie (a) a généralement été bien faite bien qu'un certain nombre de candidats ont additionné les deux probabilités plutôt que de multiplier les deux probabilités. Un certain nombre de candidats ont donné la probabilité demandée avec seulement deux chiffres significatifs. La partie (b) a été un défi pour la plupart des candidats ; seulement quelques candidats ont été capables d'utiliser correctement un argument de probabilité conditionnelle.

Question 10

La plupart des candidats ont rencontré des difficultés avec cette question. Un grand nombre de candidats n'ont pas tenté de séparer les variables et ont tenté à la place soit d'intégrer par rapport à v soit utiliser les formules de l'accélération constante. Les candidats qui n'ont pas séparé les variables et ont tenté intégrer les deux côtés ont soit fait une erreur de signe, soit omis la constante d'intégration ou ont trouvé une valeur incorrecte pour cette constante. Presque tous les candidats n'ont pas réalisé que cette question pouvait être résolue immédiatement sur une calculatrice à écran graphique.

Question 11

Dans la partie (a) (i), un grand nom de candidats ont été incapables d'utiliser correctement la notation sigma pour exprimer la somme des n premiers entiers impairs positifs. Parmi les erreurs communes il y avait sommer $2n - 1$ de 1 à n et écrire des sommes avec des limites incorrectes. Les parties (a) (ii) et (iii) ont été généralement bien traitées.

Les parties (b) (i) et (iii) ont été généralement bien traitées. Dans la partie (b) (iii), beaucoup de candidats ont simplifié sans nécessité leur expression quadratique quand l'utilisation directe de la calculatrice à écran graphique pouvait être utilisée. Quelques candidats ont donné comme réponse finale $n > 1416$. Tandis que quelques candidats ont présenté un raisonnement solide dans la partie (b) (ii), beaucoup de candidats ont malheureusement adopté une méthode de « preuve par les exemples ».

La partie (c) a généralement été bien faite. Dans la partie (c) (ii), quelques candidats ont multiplié les deux probabilités plutôt que d'additionner les deux probabilités.

Question 12

La partie (a) n'a pas été bien traitée et a souvent été difficile à noter. Dans la partie (a) (i), un grand nombre de candidats ne savait pas comment vérifier une solution, $y(x)$, de l'équation différentielle donnée. À la place, beaucoup de candidats ont tenté de résoudre l'équation différentielle. Dans la partie (a) (ii), un grand nombre de candidats ont commencé par résoudre l'équation différentielle en séparant correctement les variables mais ils ont ensuite négligé d'ajouter la constante d'intégration ou alors en ont ajouté une après-coup. Beaucoup d'erreurs d'algèbre simple ou d'analyse intégrale élémentaire ont été rencontrées. Dans la partie (a) (iii), beaucoup de candidats n'ont pas réalisé que la solution donnée dans la partie (a) (i) et que la solution générale trouvée dans la partie (a) (ii) devait être égalée. Ceux qui avaient compris qu'ils devaient évaluer ces deux solutions ont été ensuite capables d'élever au carré les deux expressions et ont correctement utilisé l'identité trigonométrique $\sin 2x = 2\sin x \cos x$. Cependant beaucoup de ces candidats n'avaient au départ pas les solutions correctes.

Dans la partie (b), un grand nombre de candidats savaient comment trouver l'aire demandée et le volume de révolution demandé en utilisant le calcul intégral. Beaucoup de candidats cependant ont utilisé des expressions incorrectes obtenues dans la partie (a). Dans la partie (b) (ii), un certain nombre de candidats ou bien ont négligé d'utiliser ' π ' ou ont tenté de calculer le volume d'un solide de révolution de « rayon » $f(x) - g(x)$.

Question 13

La partie (a) a été raisonnablement bien traitée. Tandis que beaucoup de candidats ont manifesté une connaissance solide de la trigonométrie pour exprimer θ en fonction de x , beaucoup d'autres candidats n'ont pas été capables d'utiliser la trigonométrie élémentaire pour établir l'expression de θ demandée. Dans la partie (b), un grand nombre de candidats n'ont pas réalisé que θ pouvait seulement être aigu et ont donné pour θ des mesures d'angles obtus. Beaucoup de candidats ont aussi montré un manque d'intuition lorsqu'ils ont substitué les valeurs extrêmes de x dans l'expression de θ . Dans la partie (c), beaucoup de candidats ont esquissé des courbes soit fausses soit invraisemblables. Dans la partie (d) un grand nombre de candidats ont débuté le calcul de la dérivée incorrectement en oubliant la règle de la dérivation des fonctions composées. Pour une partie de question située à la fin d'une épreuve, la partie (e) a été raisonnablement bien faite. Un grand nombre de candidats ont manifesté des connaissances solides pour trouver où la valeur maximum de θ se trouvait et pour rejeter les solutions qui n'avaient pas de sens physique. Dans la partie (f), beaucoup de candidats ont été capables de faire le lien entre les taux demandés, cependant seulement quelques candidats ont été capables d'appliquer avec succès la règle des dérivées composées dans le contexte de taux relatifs.

Recommandations et conseils pour la préparation des futurs candidats

- Faire réaliser l'importance des techniques de base pour esquisser les courbes y compris des considérations attentives au domaine, image et aux éléments remarquables.
- Faire réaliser la nécessité de justifier les réponses avec des esquisses précises et/ou des indications de méthode même quand les réponses peuvent être obtenues avec la calculatrice graphique.

- Encourager les candidats à utiliser leur calculatrice graphique pour résoudre des équations et calculer des intégrales numériquement ; fournir un large éventail de problèmes qui proposent aux élèves d'explorer les possibilités plus avancées de la calculatrice à écran graphique y compris l'utilisation du tableur.
- Encourager les candidats à stocker en mémoire les réponses numériques obtenues avec la calculatrice graphique ou leur montrer comment progresser dans leur travail en utilisant suffisamment de chiffres significatifs pour que les réponses finales soient correctes avec le degré de précision approprié.
- Souligner ce que signifie « réponse convaincante » pour une question d'examen du type « montrer que » et donner de nombreux exemples de preuves mathématiques.
- Clarifier le sens de chacun des mot-consigne dans le Guide des Mathématiques NS.
- Fournir un grand éventail de questions de probabilité en contexte et clarifier la définition d'une fonction de densité de probabilité continue.
- Insister sur une bonne compréhension de ce qui constitue une conclusion correcte dans le cadre d'une démonstration par récurrence.
- Fournir de nombreux exemples de questions des épreuves passées et enseigner des méthodes efficaces pour répondre à ces questions d'examen ; proposer des entraînements en temps limité pour améliorer l'efficacité des candidats pour répondre aux questions d'examen.

Épreuve III – Mathématiques discrètes

Seuils d'attribution des notes par composante

Note finale:	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes:	0 - 8	9 - 17	18 - 27	28 - 33	34 - 40	41 - 46	47 - 60

Parties du programme et de l'examen qui se sont avérées difficiles pour les candidats

Lorsqu'ils devaient réfléchir par eux mêmes et établir des démonstrations, p.ex. Q.5, les candidats ont été plus malheureux que lorsqu'ils devaient pratiquer des algorithmes connus. Il semble qu'ils n'avaient pas été beaucoup entraînés aux calculs dans des bases différentes comme l'a montré Q.3.

Parties du programme et de l'examen pour les quelles les candidats semblaient bien préparés

Les candidats savaient en général comment appliquer les algorithmes. Le niveau général des candidats était satisfaisant.

Points forts et points faibles des candidats dans le traitement des questions individuelles

Question 1

La partie (a) a été bien traitée et la partie (b) assez bien traitée. Il y eu des problèmes avec les signes négatifs à cause du fait qu'il y avait un nombre négatif dans la question, si bien que les candidats ont dû réfléchir un petit peu, au lieu de simplement se rappeler une formule par cœur. La disposition de l'algorithme qui garde la trace de la combinaison linéaire des 2 premières variables est recommandée aux enseignants. La partie (c) a été raisonnablement bien faite, tous les candidats n'ont pas su utiliser l'indice donné et quelques-uns n'ont pas lu avec assez d'attention le fait que la plus petite valeur était demandée.

Question 2

Dans la partie (a) les critères pour les circuits et chaînes euliériens étaient généralement bien connus et la plupart des candidats ont réalisé qu'ils devaient commencer ou finir en G ou E. Les candidats qui n'ont pas pu faire la partie (a) ont eu en général du mal pour l'épreuve. Pour la partie (b) la disposition du travail variait beaucoup d'un candidats à l'autre. Tous les candidats n'ont pas rendu leur méthode claire et certains n'ont pas montré les labels intermédiaires. Il est recommandé aux enseignants de considérer la présentation en tableau avec un système de retour en arrière ; c'est une façon efficace d'aborder ce type de problème et c'est une disposition très claire.

Question 3

La partie (a) était un bon indicateur du niveau général. Beaucoup de candidats n'ont pas écrit les deux côtés de l'équation en fonction de n et de ce fait avait une équation sans solution, ce qui aurait dû leur faire réaliser qu'il y avait une erreur. La partie (b) n'a pas été bien traitée et parmi les candidats qui l'ont traitée, certains n'ont donné en base 7 qu'un côté de l'équation. Les réponses qui ont été données en (a) et (b) pouvait être vérifiées de telle sorte que le candidat pouvait savoir qu'elles étaient correctes.

Question 4

La plupart des candidats connaissaient la méthode pour la partie (a), quelques-uns non. La partie (b) a été raisonnablement traitée par des méthodes variées. Il y a eu généralement de bonnes réponses pour la partie (c), quelques candidats ont pensé que dans (ii), les suites des degrés étant les mêmes, cela suffisait à justifier l'isomorphisme. La partie (d) était un bon indicateur du niveau général du candidat, les bons candidats donnant une preuve logique et les candidats faibles donnant un seul exemple.

Question 5

Seuls les meilleurs candidats ont été capables de produire des preuves logiques et bien construites. Trop de candidats ont eu du mal avec la notation des sommes et n'ont pas été capable d'appliquer le petit théorème de Fermat. Il y avait des fautes de logique p.ex. considérer un exemple particulier et des faiblesses d'algèbre. J'ai été amusé par les tentatives de démonstration par récurrence commençant par le nombre premier $p=1$ et se poursuivant du nombre premier k au nombre premier $k+1$!

Recommandations et conseils pour la préparation des candidats

Bien que cette option met en jeu des graphes et des arbres il n'était pas nécessaire d'utiliser du papier millimétré pour certaines des réponses ! Cela rendait plus difficile la lecture des réponses des candidats sur le scan des copies. Lorsqu'un candidat introduit une variable qui n'est pas donnée dans la question il doit alors dire ce qu'elle représente pour que l'examineur puisse suivre le travail. Les candidats doivent être préparés à écrire des preuves aussi bien que des algorithmes et que les mots approximatifs permettent rarement de gagner des points. L'examen de la structure des preuves dans

les barèmes de notation des examens précédents sera une aide. Par exemple, on ne peut pas commencer avec ce que l'on est en train d'essayer de démontrer et des exemples ne constituent pas une preuve. Pour beaucoup des points mentionnés ci-dessus, une évaluation attentive de la correction d'une épreuve spécimen aurait dû aider les candidats, s'ils avaient été prêts à apprendre. Il est important de couvrir la totalité du programme pendant le cours.

Épreuve III – Séries et équations différentielles

Seuils d'attribution des notes par composante

Note finale:	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes:	0 - 11	12 - 22	23 - 30	31 - 37	38 - 45	46 - 52	53 - 60

Parties du programme et de l'examen qui se sont avérées difficiles pour les candidats

Dans cette épreuve un nombre significatif de candidats ont rencontré des difficultés à appliquer correctement la série de Taylor. Les candidats ont aussi trouvé difficile d'évaluer la somme d'une série alternée à un certain degré de précision. De la même manière les candidats n'étaient pas à l'aise dans la somme d'une série télescopique et dans la gestion de l'algèbre pour trouver la somme d'une telle série.

Parties du programme et de l'examen pour les quelles les candidats semblaient bien préparés

Une majorité significative de candidats ont manifesté une bonne connaissance des conditions et de la technique utile pour déterminer une limite en utilisant la règle de L'Hospital. La plupart des candidats ont aussi résolu avec assurance l'équation différentielle par la méthode d'Euler et beaucoup de candidats ont été capables de résoudre une équation différentielle en utilisant un facteur intégrant. Beaucoup de candidats ont été capables de trouver le rayon de convergence et de vérifier l'intervalle de convergence associé. La plupart des candidats ont été capables de progresser dans le problème sur les sommes de Riemann.

Points forts et points faibles des candidats dans le traitement des questions individuelles

Question 1

Beaucoup de candidats ont obtenu la totalité des points sur cette question mais il y avait encore une grande majorité de candidats qui ne semblaient pas connaître les applications des séries de Taylor. Tandis que beaucoup des candidats qui ont répondu à cette question savaient qu'ils devaient utiliser les dérivées, beaucoup d'entre eux n'ont pas utilisé correctement les factorielles pour déterminer les coefficients demandés. Il convient de noter que la formule pour les séries de Taylor apparaît dans le Livret d'information.

Question 2

La plupart des candidats connaissaient la méthode d'Euler et ont été capables de l'utiliser sur l'équation différentielle pour répondre à la partie (a). Quelques candidats qui connaissaient la méthode d'Euler ont effectué une itération de trop et sont arrivés à une réponse incorrecte. De façon surprenante peu de candidats ont été capables d'utiliser avec efficacité leur calculatrice à écran

graphique pour répondre à cette question et de ce fait il y a eu beaucoup de réponses finales qui étaient incorrectes à cause d'erreurs d'arrondi.

La plupart des candidats ont été capables de dériver correctement le facteur intégrant dans la partie (b) mais quelques-uns d'entre eux ont perdu des points parce qu'ils n'ont pas montré toutes les étapes de leur méthode comme il est attendu dans une question du type « montrer que ». L'équation différentielle a été résolue correctement par un nombre significatif de candidats mais il y a eu des erreurs quand les candidats ont multiplié par $\sec x$ avant l'inclusion de la constante d'intégration arbitraire.

Question 3

Il était satisfaisant de voir la plupart des candidats bien réagir à propos du rayon de convergence et de l'intervalle de convergence demandés dans les parties (a) et (b) de ce problème. Beaucoup de candidats ont correctement utilisé le critère de d'Alembert pour la convergence et il y a eu aussi l'utilisation du critère de Cauchy avec la $n^{\text{ième}}$ racine par un petit nombre de candidats pour répondre à la partie (a). Les candidats doivent faire attention à justifier avec soin la divergence et la convergence des séries lorsqu'ils recherchent l'intervalle de convergence. La sommation de la série dans la partie (c) n'a pas été bien traitée par un nombre significatif de candidats ce qui était surprenant par rapport à ce que l'on attendait d'un problème tout à fait limpide. Encore une fois, l'utilisation efficace de la calculatrice à écran graphique semble être le problème. Un certain nombre de candidats ont trouvé la somme correcte mais sans la précision demandée.

Question 4

Presque tous les candidats ont été capables de trouver la décomposition en éléments simples demandés dans la partie (a). Dans la partie (b), tandis qu'une majorité de candidats ont été capable de reconnaître une somme télescopique en utilisant les éléments simples beaucoup n'ont pas été capables de les manipuler de façon à trouver correctement la somme de la série. Il n'était pas clair de savoir si c'était un manque d'habileté algébrique ou un manque d'habitude avec les sommes télescopiques. Une fois la somme trouvée la plupart des candidats ont été capables de trouver la limite lorsque $n \rightarrow \infty$.

Question 5

Beaucoup de candidat ont bien progressé sur ce problème. Ceci était satisfaisant par ce que, même s'il s'agissait d'un problème relativement limpide, ce n'était pas un problème standard. Il y a eu encore quelques candidats qui n'ont pas utilisé correctement l'intégrale définie pour trouver l'aire sous la courbe dans la partie (a) et dans la partie (b). Aussi les candidats devraient faire attention à montrer toutes les étapes de leur travail dans une question du type « montrer que », même lorsqu'ils démontrent des résultats classiques. La recherche des bornes supérieure et inférieure a souvent été bien traitée dans les parties (a) (ii) et (b) (ii).

Recommandations et conseils pour la préparation des candidats

- Les candidats doivent utiliser leur calculatrice à écran graphique correctement pour appliquer la méthode d'Euler et calculer la somme des séries.
- Les candidats doivent être conscients du degré de précision demandé dans chaque problème.
- Les candidats doivent pratiquer la rigueur nécessaire et le niveau de communication exigé par un problème demandant à l'élève de prouver un énoncé ou de montrer qu'il est vrai.
- Les candidats doivent connaître des techniques telles que l'utilisation des éléments simples pour étudier une série télescopique et les techniques algébriques efficaces pour calculer la somme d'une telle série.

Épreuve III – Ensembles, relations et groupes

Seuils d'attribution des notes par composante

Note finale:	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes:	0 - 11	12 - 23	24 - 31	32 - 37	38 - 43	44 - 49	50 - 60

Parties du programme et de l'examen qui se sont avérées difficiles pour les candidats

Dans cette épreuve les candidats ont trouvé difficile de présenter des démonstrations bien construites. De façon générale il y avait un manque de rigueur évident à la fois dans la terminologie et les notations imprécises et tout autant dans les méthodes de démonstration. Les candidats ont souvent commencé avec ce qu'ils essayaient de démontrer et utilisé des raisonnements circulaires. À propos de la bijection, les candidats ont simplement cité la définition de l'injection et de la bijection mais n'ont pas suivi les instructions qui leur demandaient de se référer à la représentation graphique de la fonction.

Parties du programme et de l'examen pour les quelles les candidats semblaient bien préparés

Beaucoup de candidats ont manifesté une bonne connaissance du programme tout le long de l'épreuve en débutant toutes les questions en connaissance de cause. Les candidats avaient une très bonne connaissance de la théorie des groupes en ce qui concerne les propriétés des opérations binaires, le remplissage d'une table de Cayley et la recherche de l'ordre des éléments.

Points forts et points faibles des candidats dans le traitement des questions individuelles

Question 1

Pour la commutativité, quelques candidats ont commencé par poser $a*b = b*a$. Pour l'élément neutre, quelques candidats ont confondu $e*a$ et ea en posant $ea = a$. D'autres ont trouvé l'expression d'un élément symétrique mais ont oublié de préciser qu'il n'appartenait pas à l'ensemble des entiers naturels ou qu'il n'était pas unique.

Question 2

Il n'y a eu aucun problème avec les parties (a), (b) et (d) mais dans la partie (c) les candidats ont souvent oublié d'affirmer que l'opération était associative dans cet ensemble parce que la multiplication est associative. De la même façon ils ont souvent oublié de donner la liste des symétriques de chaque élément en se contentant d'affirmer que l'élément neutre apparaissait dans chaque ligne et dans chaque colonne de la table de Cayley. La majorité des candidats n'ont pas répondu correctement à la partie (d) et souvent ont simplement listé tous les sous-ensembles d'ordre deux et d'ordre trois comme des sous-groupes.

Question 3

Pour l'essentiel la fonction définie par morceaux a été correctement tracée. Même si la majorité des candidats savait que pour prouver qu'une fonction est une bijection il suffit d'établir que la fonction est une injection et une surjection, beaucoup ont simplement cité la définition de l'injection ou de la

surjection mais n'ont pas fait le lien entre leur argumentation et la représentation graphique. La majorité des candidats ont trouvé la fonction réciproque du premier morceau de la fonction définie par morceaux mais quelques-uns ont eu du mal à gérer l'algèbre pour le deuxième morceau. Lorsqu'il recherchait la réciproque du morceau quadratique de la fonction, quelques candidats ont négligé le signe plus ou moins devant la racine carrée. D'autres qui ne l'avaient pas oublié ont souvent oublié d'enlever le signe négatif et, de ce fait, n'ont pas obtenu le point de raisonnements. La plupart des candidats n'ont pas donné correctement le domaine pour les deux parties de la fonction réciproque.

Question 4

Les candidats connaissaient les propriétés des relations d'équivalence mais n'ont pas suffisamment montré leur travail pour le cas de la transitivité. D'autres candidats n'ont pas su calculer correctement en arithmétique modulo 5 et d'autres ont occasionnellement négligé d'écrire mod(5) ou même systématiquement.

Question 5

Cette question a présenté le plus de difficulté pour les élèves. De façon générale il est apparu qu'il manquait aux candidats la capacité de rédiger une démonstration formelle. Quelques-uns ont obtenu des points en démontrant que l'élément neutre appartient à l'intersection et en affirmant que l'associativité et une conséquence de l'associativité dans le groupe. Cependant, la grande majorité n'a obtenu aucun point pour la démonstration de la fermeture et celle de l'existence des éléments symétriques.

Recommandations et conseils pour la préparation des candidats

- Dans le cadre de cette option, il y a un travail préliminaire à faire sur la nature des preuves mathématiques. Les enseignants feraient bien de consacrer un peu de temps sur les différents types de démonstration mathématique p.ex. : démonstration par l'absurde et démonstration directe.
- Il est toujours nécessaire de présenter aux candidats des problèmes demandant des raisonnements mathématiques sophistiqués et la capacité à les communiquer. Les candidats doivent s'entraîner à transmettre clairement leurs idées et leurs arguments d'une manière claire et logique.
- Dans les problèmes concernant les fonctions réciproques, il faut rappeler aux candidats qu'ils doivent déterminer le domaine de la fonction réciproque.

Épreuve III – Statistiques et probabilités

Seuils d'attribution des notes par composante

Note finale:	1	2	3	4	5	6	7
Gamme de notes:	0 - 8	9 - 16	17 - 24	25 - 31	32 - 38	39 - 45	46 - 60

Parties du programme et de l'examen qui se sont avérées difficiles pour les candidats

Il était troublant d'observer que tant de candidats étaient incapables de trouver une estimation sans biais de la variance dans la Question 1. À ce niveau les candidats devraient savoir qu'ils doivent

diviser par $(n-1)$ et non pas par n pour déterminer une estimation sans biais. Il apparaît que beaucoup de candidats ne connaissent pas bien la fonction de répartition (fonction de densité cumulative). Même ceux qui connaissaient la définition l'ont souvent écrite sous la forme

$F(x) = \int_a^x f(x)dx$. La double utilisation de la variable x est, bien sûr, un abus de notation et les

candidats doivent être encouragés à utiliser la définition $\int_a^x f(u)du$.

Beaucoup de candidats ne connaissaient pas bien le Théorème Central Limite. Ceci est un grand souci puisque ce théorème est considéré universellement comme le théorème le plus important en statistiques et les candidats qui ont choisi les statistiques comme option doivent le connaître. L'erreur la plus commune est d'affirmer que la distribution de l'échantillon au lieu de la distribution de la moyenne de l'échantillon tend vers la distribution normale quand la taille de l'échantillon augmente.

Parties du programme et de l'examen pour les quelles les candidats semblaient bien préparés

La plupart des candidats sont extrêmement compétents dans l'utilisation des calculatrices pour résoudre des problèmes impliquant des statistiques inférentielles même si dans quelques cas il est recommandé de mieux expliquer complètement ce qui est fait.

Points forts et points faibles des candidats dans le traitement des questions individuelles

Question 1

Dans la partie (a), la plupart des candidats ont estimé la moyenne correctement même si beaucoup de candidats n'ont pas obtenu une estimation sans biais correcte de la variance. L'erreur la plus commune était de diviser $\sum x^2$ par 20 au lieu de 19. Pour quelques candidats, cette erreur n'a pas coûté grand-chose puisque la procédure de suivi a été appliquée avec leur variance aux parties (b) et (c), cependant l'intervalle de confiance et le test aurait dû alors être effectué en utilisant la distribution t puisque la variance avait dû être estimée. Il a été extrêmement décevant de remarquer que beaucoup de candidats ont déterminé un intervalle Z et ont utilisé un test Z ; dans ce cas aucun point n'a été accordé. Les candidats devraient savoir que le besoin d'estimer la variance est comme un poteau indicateur qui pointe vers la distribution : t.

Question 2

L'erreur la plus commune dans la partie (a) a été de définir les hypothèses en y incluant la moyenne de l'échantillon 2,3. Il est important que les candidats distinguent un test d'adéquation à la loi de Poisson d'un test d'adéquation à la loi de Poisson avec une moyenne particulière. En effet les deux tests sont effectués avec des degrés de liberté différents. Dans la partie (b), beaucoup de candidats ont travaillé avec une colonne « 5 » au lieu d'une colonne « ≥ 5 ». En conséquence, la somme de leur effectif espéré était inférieure à la somme des effectifs observés ce qui a invalidé le test. Quelques candidats n'ont pas réalisé que le nombre de degrés de liberté serait le nombre de colonnes moins deux puisque le paramètre avait été estimé.

Question 3

Cette question a été bien traitée par beaucoup de candidats. L'erreur la plus commune était d'utiliser une approximation normale pour trouver les probabilités approximatives au lieu d'utiliser la distribution de Poisson pour trouver les probabilités exactes. Quelques candidats ont semblé ne pas connaître

l'expression « erreur de type II » ce qui rendait la question (b) (ii) impossible. Une autre erreur plutôt commune était de croire que le contraire de $x \leq 25$ est $x \geq 25$.

Question 4

Les solutions à la partie (a) (i) ont été en générale décevantes ce qui suggère que beaucoup de candidats ne connaissent pas bien le concept de fonction de répartition c'est-à-dire de fonction de distribution cumulative. Beaucoup de candidats savaient que ceci avait quelque chose à voir avec

l'intégrale de la fonction de densité de probabilité mais certains ont pensé que c'était $\int_1^2 f(x)dx$ qu'ils

ont ensuite évalué à 1 tandis que d'autres ont simplement pensé qu'il s'agissait de $\int f(x)dx = \frac{(x^2 + x^3)}{10}$ ce qui n'est pas, en général, une méthode valable. Cependant, la majorité des

candidats ont traité la partie (a) (ii) correctement, habituellement en intégrant la fonction de densité de probabilité de 1 à m . Dans la partie (b) (i), l'énoncé du théorème central limite a souvent été horrible. Souvent l'expression « moyenne de l'échantillon » n'était même pas mentionnée. Il est apparu une confusion fréquente : croire que lorsque la taille de l'échantillon augmente c'est la distribution même qui tend vers la distribution normale plutôt que la distribution de la moyenne de l'échantillon qui tend vers la distribution normale. Les réponses à la partie (b) (ii) n'ont souvent pas été au-delà de déterminer la moyenne et la variance de \bar{X} . Dans le calcul de la variance, quelques candidats ont arrondi la moyenne de 1.5916666.. à 1.59 ce qui conduisait à une valeur incorrecte pour la variance. Il est important de remarquer que le calcul d'une variance fait habituellement intervenir une petite différence entre deux grands nombres et qu'il faut alors conserver la plus grande précision.

Question 5

La partie (a) a été bien traitée en général même si quelques candidats ont été incapables de distinguer entre la distribution binomiale et la distribution négative binomiale. Dans la partie (b) (ii), la plupart des candidats savaient ce qu'ils devaient faire mais les erreurs d'algèbre ont été fréquentes. Les candidats ont souvent utilisé le signe d'égalité au lieu du signe d'inégalité ; ceci a été accepté si le résultat obtenu était $x = 23.5$. La difficulté pour ces candidats était de décider s'il devait choisir 23 ou 24 comme réponse finale et quelques-uns ont fait le mauvais choix. Quelques candidats n'ont pas réussi à voir l'intérêt du résultat de la partie (b) (ii) pour déterminer la valeur la plus probable de X ; ils ont alors choisi une « autre méthode », habituellement en créant une table de probabilité et en sélectionnant la plus grande.

Recommandations et conseils pour la préparation des candidats

Comme il a été dit plus haut, beaucoup de candidats ne connaissaient pas bien ce qui est considéré comme des connaissances plutôt élémentaires. Avec les parties nouvelles sur l'estimation dans le programme, les candidats devraient mieux connaître la nécessité de diviser par $(n-1)$ plutôt que n pour trouver une estimation sans biais de la variance. Les candidats devraient être encouragés à expliquer plus complètement les méthodes qu'ils utilisent lorsqu'ils se servent de la calculatrice pour résoudre un problème. Dans le cas où leur réponse finale est fautive, il y a toujours la possibilité d'obtenir des points de méthode si la méthode a été décrite.